Apellidos y nombre

Temas 1 y 3: Números reales y Álgebra. MAT I 1 C

Cada ejercicio puntúa igual.

1. En a) y b) opera y simplifica. En c) racionaliza y simplifica:

$$a)\ \sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{98}{50}}\quad b)\ \sqrt{80}-2\sqrt{45}\quad c)\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

Sol:

$$a)\ \sqrt{\frac{3\cdot 98}{50}} = \sqrt{\frac{\cancel{2}\cdot 3\cdot 7^2}{\cancel{2}\cdot 5^2}} = \boxed{\frac{7}{5}\cdot\sqrt{3}}$$

$$b)\ \sqrt{2^4\cdot 5} - 2\sqrt{3^2\cdot 5} = 2^2\cdot\sqrt{5} - 2\cdot 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = \boxed{-2\sqrt{5}}$$

$$c)\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{3+\sqrt{3}}{3-1} = \boxed{\frac{3+\sqrt{3}}{2}}$$

2. Calcula sabiendo que $\log_5 A=1{,}8$ y $\log_5 B=2{,}4$.

$$a)\log_5\sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}};\ b)\log_5\frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$$

Sol:

$$\text{a) } log_5\sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}} = \frac{1}{3}\,[2\,log_5 A - log_5 25 - log_5 B] = \frac{1}{3}\,[2\cdot 1{,}8 - 2 - 2{,}4] = \frac{-0{,}8}{3} \approx -0{,}27$$

$$\text{b) } log_5\frac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = log_5 5 + \frac{3}{2}\,log_5 A - 2\,log_5 B = 1 + \frac{3}{2}\cdot 1{,}8 - 2\cdot 2{,}4 = 1 + 2{,}7 - 4{,}8 = -1{,}1$$

Apellidos y nombre

3. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas simplificando cuanto sea posible la expresión:

$$\frac{x^3+x^2-2x}{x^2-2x-3} : \frac{x^2+2x}{x^2-9} =$$

Sol:

$$x^3+x-2x = x(x^2+x-2) = x(x-1)(x+2)$$

$$x^2-2x-3 = (x+1)(x-3)$$

$$x^2+2x = x(x+2)$$

$$x^2-9 = (x-3)(x+3)$$

Luego, $\dfrac{x\cdot(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-3)} : \dfrac{x(x+2)}{(x-3)(x+3)} =$

$$= \frac{\cancel{x}(x-1)\cancel{(x+2)}\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{x}\cdot\cancel{(x+2)}(x+1)\cancel{(x-3)}} = \frac{(x+3)(x-1)}{x+1}$$

Apellidos y nombre

4. Resuelve la ecuación: $\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{x} - 1$

Sol:

$$\left(\sqrt{2x+1}\right)^2 = \left(2\sqrt{x}-1\right)^2$$

$$2x+1 = 4x - 4\sqrt{x} + 1$$

$$-2x = -4\sqrt{x} \; ; \quad x = 2\sqrt{x} \; ; \quad x^2 = \left(2\sqrt{x}\right)^2$$

$$x^2 = 4x \; ; \quad x^2 - 4x = 0 \; ; \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

$x_1 = 0$; $\sqrt{2.0+1} \overset{?}{=} 2.\sqrt{0} - 1$

$\sqrt{1} \overset{?}{=} -1$ No válida

$x_2 = 4$; $\sqrt{2.4+1} \overset{?}{=} 2.\sqrt{4} - 1$

$\sqrt{9} = 2.2 - 1$ Sí válida

Solución:

$$\boxed{x = 4}$$

Apellidos y nombre

5. Resuelve el sistema: $\left.\begin{aligned} x+y+z&=3\\ 2x-y+z&=2\\ x-y+z&=1\end{aligned}\right\}$

Sol:

$2^a - 2\cdot 1^a:\quad \begin{aligned} 2x-y+z&=2\\ -2x-2y-2z&=-6\\ \hline -3y-z&=-4\end{aligned}$

$3^a - 1^a:\quad \begin{aligned} x-y+z&=1\\ -x-y-z&=-3\\ \hline -2y\quad&=-2\end{aligned}$

$\left.\begin{aligned} x+y+z&=3\\ -3y-z&=-4\\ -2y\quad&=-2\end{aligned}\right\}$

$\boxed{y=\frac{-2}{-2}=1}$

$-3\cdot 1-z=-4$; $-3+4=z$; $\boxed{z=1}$

$x+1+1=3$; $x=3-2$; $\boxed{x=1}$

Solución: $\boxed{x=1 ;\ y=1 ;\ z=1}$

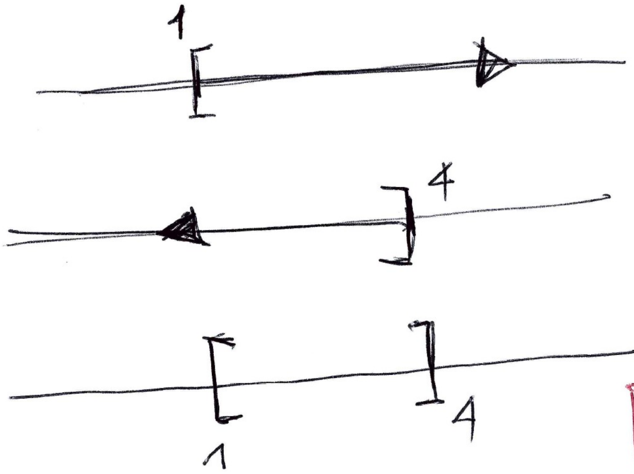
Apellidos y nombre

6. Resuelve el sistema: $\left.\begin{array}{l} 5-2x \le 3 \\ \dfrac{x}{6}+1 \le \dfrac{5}{3} \end{array}\right\}$

$5-2x \le 3$; $5-3 \le 2x$; $2 \le 2x$; $1 \le x$; $[1,+\infty)$

$\dfrac{x}{6}+1 \le \dfrac{5}{3}$; $\dfrac{x}{6}+\dfrac{6}{6} \le \dfrac{10}{6}$; $x+6 \le 10$; $x \le 4$; $(-\infty, 4]$

Sol:



$[1,+\infty)$

$(-\infty, 4]$

$[1,+\infty) \cap (-\infty, 4] =$

$\boxed{[1, 4]}$ SOLUCIÓN